

Werkblad 1

Normale dichtheidsfunctie als benadering voor een klokvormig histogram

Probeer zeker de opdrachten 1, 4 en 6 te maken.

1. In de tabel hieronder vind je gegevens over de borstomtrek van 5732 Schotse soldaten. De Schotse overheid liet deze metingen uitvoeren om nieuwe uniformen te laten maken (op basis van cijfers van A. Quetelet gepubliceerd in 1817 in *Edinburgh Medical and Surgical Journal*). Deze gegevens zijn beschikbaar op je grafische rekenmachine in de lijsten SB (borstomtrek) en SR (relatieve frequentie).

borstomtrek (in inches)	relatieve frequentie	borstomtrek (in inches)	relatieve frequentie
33	0.0005	41	0.1631
34	0.0033	42	0.1127
35	0.0141	43	0.0546
36	0.0330	44	0.0293
37	0.0714	45	0.0087
38	0.1314	46	0.0031
39	0.1853	47	0.0005
40	0.1888	48	0.0002

- a. Maak met je rekentoestel een histogram waarin je deze waarnemingen voorstelt. Denk goed na over de plaats van de staven.
 - b. Bereken het gemiddelde en de standaardafwijking.
 - c. Geef een benadering van het histogram met behulp van een normale verdeling (Het commando 'normalpdf(' vind je in het menu DISTR bij [2nd] [DISTR].). Is de benadering goed?
 - d. Vergelijk het werkelijke aandeel soldaten met een borstomtrek van 40 inch met aandeel volgens het model.
-
2. (facultatief, uit [2]) De normale verdeling geeft een continu model dat echter vaak bij discrete variabelen kan worden gebruikt. Van 703 vissen van de soort 'bot' (Latijnse naam *Pleuronectes flesus* Engelse naam Flounder) werd het aantal vinnerven geteld. Het aantal varieerde van 47 tot 61 (zie tabel). Deze gegevens zijn beschikbaar op je grafische rekenmachine in de lijsten VN (aantal vinnerven) en VF (frequentie).

aantal vinnerven	frequentie	aantal vinnerven	frequentie	aantal vinnerven	frequentie
47	5	52	96	57	37
48	2	53	134	58	16
49	13	54	127	59	4
50	23	55	111	60	2
51	58	56	74	61	1

- a. Zoek een normale benadering voor deze verdeling.
- b. Hoeveel van deze vissen hebben 55 vinnerven? Vergelijk het werkelijke aantal met het aantal dat door het model gegeven wordt.

3. (qua thematiek eerder voor een 6-uurscursus) We hebben 500 keer met drie dobbelstenen gegooid en telkens het totale aantal ogen geteld. De resultaten vind je in de tabel hieronder. Deze gegevens zijn beschikbaar op je grafische rekenmachine in de lijsten DO (aantal ogen) en DF (frequentie).

aantal ogen	frequentie	aantal ogen	frequentie
3	5	11	63
4	12	12	62
5	15	13	45
6	21	14	30
7	31	15	25
8	39	16	28
9	63	17	4
10	53	18	4

Zoek een normale benadering voor deze verdeling.

4. (zonder frequentietabel!) De lengte van volwassen mannen (en vrouwen) van een bepaalde leeftijd is bij benadering normaal verdeeld. In 2000 was de gemiddelde lengte van Belgische 18-jarige mannen 176,1 cm en de standaardafwijking 7,7 cm. Er waren (ongeveer) 60 000 18-jarige mannen. Maak een schatting van het aantal 18-jarige mannen dat (afgerond) 168 cm lang was.
5. (naar [6, oefeningenboek]) De scores van 20 000 kinderen op de intelligentietest Wechsler Intelligence Scale for Children (WISC) zijn bij benadering normaal verdeeld met gemiddelde 100 en standaardafwijking 15. Maak een schatting van het totale percentage van deze kinderen dat een score 98 behaalt.
6. De onderstaande tabel toont de gegevens over de lengte van de 5000 vrouwen uit het eerste voorbeeld, maar nu ingedeeld in bredere klassen. Deze gegevens zijn beschikbaar op je grafische rekenmachine in de lijsten WL (lengte) en WF (frequentie).

lengte (in cm)	frequentie	lengte (in cm)	frequentie
[134,5; 139,5[1	[159,5; 164,5[1520
[139,5; 144,5[18	[164,5; 169,5[1115
[144,5; 149,5[122	[169,5; 174,5[489
[149,5; 154,5[467	[174,5; 179,5[128
[154,5; 159,5[1118	[179,5; 184,5[22

Zoek een normale benadering voor deze verdeling.

Werkblad 2

Oppervlakte onder de normale dichtheidsfunctie

1. De lengte van volwassen mannen (en vrouwen) van een bepaalde leeftijd is bij benadering normaal verdeeld. In 2000 was de gemiddelde lengte van Belgische 18-jarige mannen 176,1 cm en de standaardafwijking 7,7 cm. Er waren (ongeveer) 60 000 18-jarige mannen. Maak een schatting van het aantal 18-jarige mannen met een lengte tussen 161,5 cm en 173,5 cm
 - a. waarbij je gebruik maakt van het commando ShadeNorm (Je vindt dit commando in het menu DRAW bij [2nd] [DISTR]).
 - b. waarbij je gebruik maakt van de functie normalcdf (in het menu DISTR bij [2nd] [DISTR]).
2. De lengten van de 5000 vrouwen die door 'De Bijenkorf' onderzocht zijn, variëren tussen 139 cm en 184 cm en zijn bij benadering normaal verdeeld met gemiddelde 162,05 cm en standaardafwijking 6,50 cm. We zullen m.b.v. de functie normalcdf berekenen welk percentage van de vrouwen een lengte heeft tussen 138,5 cm en 184,5 cm.
 - a. Wat is er speciaal aan deze grenzen?
 - b. Welke uitkomst zou je moeten uitkomen?
 - c. Controleer of je deze uitkomst effectief krijgt.
 - d. Geef een verklaring voor het (kleine) verschil.
 - e. Bereken de volledige oppervlakte onder de normale dichtheidskromme (gebruik 10^{99} voor plus oneindig).
3.
 - a. Bereken hoeveel procent van de mannen uit opgave 1 een lengte heeft die kleiner is dan 165,5 cm.
 - b. Bereken hoeveel procent van de mannen uit opgave 1 een lengte heeft die groter is dan 165,5 cm
 - i. door gebruik te maken van het antwoord uit opgave a.
 - ii. aan de hand van een rechtstreekse berekening.
4.
 - a. Bereken hoeveel procent van de vrouwen uit opgave 2 een lengte hebben die hoogstens 6,50 cm (= de standaardafwijking!) van het gemiddelde ligt.
 - b. Doe hetzelfde voor de lengten van de mannen uit opgave 1.
 - c. Wat stel je vast als je de antwoorden uit opgave a en opgave b met elkaar vergelijkt? Onderzoek aan de hand van nieuwe voorbeelden of dit algemeen geldig is.
 - d. Onderzoek hoeveel procent van de gegevens bij een normale verdeling
 - i. hoogstens twee standaardafwijkingen verschillen van het gemiddelde.
 - ii. hoogstens drie standaardafwijkingen verschillen van het gemiddelde.
 - e. De scores van kinderen op de intelligentietest Wechsler Intelligence Scale for Children (WISC) zijn bij benadering normaal verdeeld met gemiddelde 100 en standaardafwijking 15. Een kind wordt soms hoogbegaafd genoemd als het op deze test een score van meer dan 130 behaalt. Hoeveel procent van de kinderen zijn volgens deze definitie hoogbegaafd?

Werkbladen 3

Terugzoeken

We keren nu de vraag om. Bij een gegeven percentage (oppervlakte) zoeken we de bijbehorende grenswaarde(n). Als voorbeeld zoeken we hoe groot een Nederlandse vrouw anno 1947 moest zijn opdat 75% van de vrouwen kleiner zou zijn dan zij. Dit komt overeen met het derde kwartiel.

1. Een goede start is de grafiek van de normale dichtheidsfunctie. Teken de grafiek en doe een gokje: tot waar moet je gaan om driekwart van de totale oppervlakte te arceren? (De vuistregels kunnen een handje helpen bij dat gokken.) Verbeter je eerste gok tot je een aanvaardbaar antwoord hebt.

Het is uiteraard heel omslachtig om zo tot het goede antwoord te komen. Gelukkig is er een instructie voorzien op de grafische rekenmachine waarmee je dit rechtstreeks kunt berekenen. Je vindt die onder het menu [DISTR] en vervolgens 3:invNorm(. We geven de juiste parameters in (het percentage, het gemiddelde en de standaardafwijking) en vinden zo het antwoord op de vraag waar het derde kwartiel zich bevindt.

```
DISTR DRAW
1:normalPdf(
2:normalcdf(
3:invNorm(
4:tpdf(
5:tcdf(
6:X²pdf(
7↓X²cdf(
```

```
invNorm(.75,162.
05,6.5016)
166.4352626
```

2. Verwoord wat de betekenis is van het resultaat van deze berekening.
3. Gebruik de functie *invNorm* om de grenzen te vinden van het gebied van de middelste 95%.

Komkommertijd

Op een groenteveiling worden in een bepaalde periode van de zomer te veel komkommers aangevoerd. Het zijn er zo veel dat er een overschot van 25% van de aanvoer is. Om de komkommerprijs niet te laten instorten besluit de directie van de veiling, in overleg met de kwekers, de 25% kleinste komkommers niet op de markt te brengen. Uit een steekproef leidt men af dat lengte van de komkommers klokvormig verdeeld is met een gemiddelde lengte van 40 cm en een standaardafwijking van 6 cm.

1. Laat je rekenmachine de grafiek tekenen van de normale dichtheidsfunctie die de lengte van de komkommers beschrijft.
2. Welk percentage van de komkommers zal langer zijn dan 50 cm? Duid de overeenkomstige oppervlakte aan op je grafiek.
3. De 25% kleinste komkommers zullen niet geveild worden. Hoelang moet een komkommer dan minstens zijn om op de markt te komen?
4. De 10% langste komkommers krijgen het etiket “jumbo-komkommer”. Vanaf welke lengte is een komkommer een jumbo?




TI83-hulp bij 'Normale dichtheidsfunctie als benadering voor een klokvormig histogram'

Bij opdracht 1.a

- Druk [STAT] en kies 1:Edit (druk [ENTER]) om de lijst-editor te openen.
- Verplaats de cursor tot op de titel L1 van de eerste lijst, druk [2nd] (gele toets) [LIST] (in het geel boven een van de toetsen) en verplaats de cursor tot hij de lijst SB aanwijst. Druk tweemaal [ENTER]. Breng op dezelfde manier de relatieve frequenties in bij L2. Je krijgt dan het scherm dat in de onderstaande figuur getoond wordt.

L1	L2	L3	2
33	5E-4	-----	
34	.0033		
35	.0141		
36	.033		
37	.0714		
38	.1314		
39	.1853		
L2(1)=5E-4			

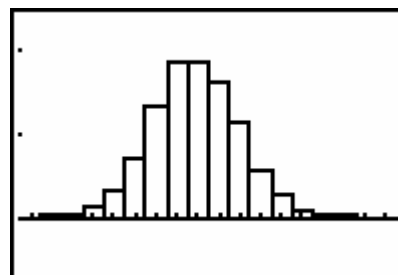
- Druk [2nd] [STAT PLOT] en kies 1:Plot1 om de eerste statistische plot in te stellen. Pas de instellingen aan zo dat ze overeenkomen met die in de onderstaande figuur (gebruik [2nd] [L1] en [2nd] [L2] om de lijsten in te vullen).

Plot1	Plot2	Plot3
Off	Off	Off
Type: 		
Xlist: L1		
Freq: L2		

- Druk [WINDOW] om het tekenvenster in te stellen en vul aan zoals getoond wordt in de onderstaande schermafdruck (Xscl geeft hier de klassenbreedte aan).

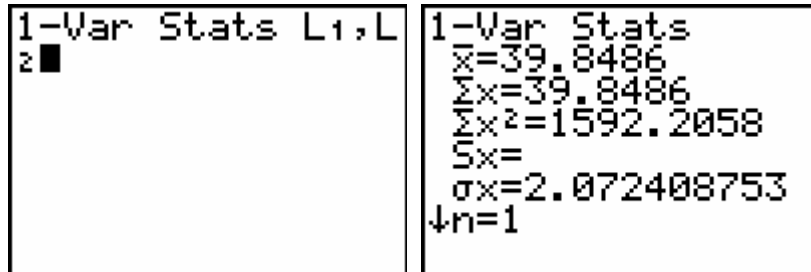
WINDOW
Xmin=31.5
Xmax=49.5
Xscl=1
Ymin=-.06
Ymax=.24
Yscl=.1
Xres=1

- Druk [GRAPH] om het histogram te laten tekenen.



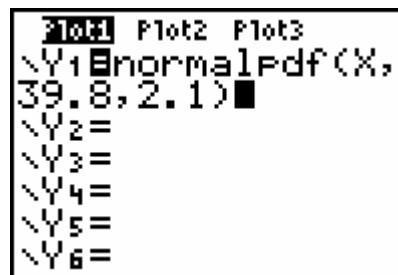
Bij opdracht 1.b

- Ga naar het basisscherm m.b.v. [2nd] [QUIT]. Druk [STAT], verplaats de cursor naar CALC en kies 1:1-Var Stats om allerlei kengetallen van de gegevens te laten berekenen. Vul aan zoals op de linkse schermafdruk getoond wordt en druk [ENTER]. Het gemiddelde en de standaardafwijking kunnen nu afgelezen worden.

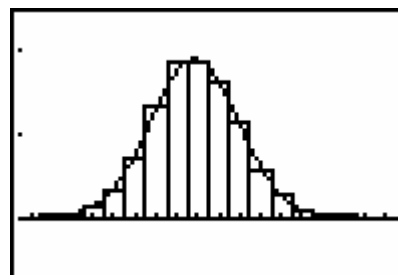


Bij opdracht 1.c

- Druk [Y=] om het functiescherm te openen. Druk [2nd] [DISTR] en kies 1:normalpdf(. Vul aan zoals in de onderstaande schermafdruk.



- Druk opnieuw [GRAPH] om de grafiek te laten vervolledigen.



Bij opdracht 1.d

- Ga naar het basisscherm en gebruik de functie normalpdf zoals voorheen, maar schrijf 40 i.p.v. X.

Bij opdracht 2.a

- Ga in de lijst-editor met de cursor op de titel van lijst L3 staan en laat de elementen in deze lijst berekenen zoals hieronder getoond wordt (het commando 'sum' vind je via [2nd] [LIST] MATH).

L1	L2	L3
47	5	-----
48	2	
49	13	
50	23	
51	58	
52	96	
53	134	
L3=L2/SUM(L2)		